

矩形膜のリンクリング現象に関する実験とその数値解析

岩名 榎古
佐取 口谷
貴通 健
史弘*
通弘**
健***
寛****

梗概

MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components)シェル要素を用いたリンクリング解析の有効性を検討するために、矩形膜を対象とした模型実験と数値解析を行った。対象としたモデルは3隅を完全固定し残りの1隅に引張力を導入した矩形膜モデルである。実験結果と解析結果の比較より、MITCシェル要素を用いたリンクリング解析の有効性を示すとともに、実験における境界拘束の不完全性がリンクル形状に与える影響を定量的に明らかにした。そして、数値解析における重力の載荷順序がリンクリング解析に与える影響について示した。

1. はじめに

膜面に発生するリンクリング現象は分岐座屈現象の一種であり、非線形性の非常に強い現象として知られている。このリンクリング現象を解明するために、近年、膜の微小な曲げ剛性を考慮した幾何学的非線形有限要素法による解析が行われている。曲げ剛性を考慮した幾何学的非線形解析は、リンクル発生後の膜面状態を変位場で与えるため、リンクルの振幅・波長といった定量的な挙動を詳細に検討することができる。そのため、従来の張力場理論に基づく数値解析とは異なり、解析結果の妥当性を実験で得られた実際の膜面形状と変位場を用いて検討することができる。このような特徴を活かし、これまでに膜の微小な曲げ剛性を考慮した幾何学的非線形解析によるリンクリング解析の有効性を実験結果と比較した論文がいくつか報告されている^{1,2)}。しかし、これらの論文は膜の初期形状を線形固有値解析で得られる固有モードを用いて設定しているため、実際の膜の初期形状が載荷後の膜面形状に与える影響を正確にシミュレートしていない。リンクルおよびスラックを有する載荷後の膜面形状は、初期形状に少なからず依存するものと考え、変位場を解とする幾何学的

非線形解析の妥当性或いは有効性を詳細に検討するためには、実際の膜の初期形状を解析において正確に考慮する必要がある。

そこで、本研究では模型実験により載荷前後の膜面形状をレーザー変位計を用いて正確に計測し、計測した膜の初期形状を用いて幾何学的非線形解析を行った。そして、得られた解析結果を実験結果と変位場で比較することにより、MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components) シェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法によるリンクリング解析の妥当性について検討した。その過程において、実験モデルにおける境界拘束の不完全性がリンクル形状に与える影響を定量的に評価するとともに数値解析における重力の載荷順序がリンクリング解析に与える影響について検討した。

2. 実験概要

図1に実験モデルを示す。図に示すように、矩形膜 (200mm × 200mm) の3隅を完全固定 (TAB-1,2,3) し、残りの1隅に引張力 (TAB-4) を導入した際に発生するリンクリング現象について検討した。実験装置を図2に示す。矩形膜は4隅をTABに固定され、試験台上に設置されている。

* 宇宙航空研究開発機構 招聘研究員・博士 (工学)
** 宇宙航空研究開発機構 教授・工博
*** 宇宙航空研究開発機構 助教授・工博
**** 東京工業大学 助教授・工博

矩形膜とTABは両面テープで固定されている．4基のTABのうち1基（TAB-4）は載荷装置となっており，図1に示すような強制変位を導入できるようになっている．載荷装置（TAB-4）に導入する強制変位量は，膜が塑性域に入らないよう $700\mu\text{m}$ をターゲットとして導入した．実験で導入した強制変位量は，試験台上部に設置したレーザー変位計により正確に計測した．その結果， $722\mu\text{m}$ の変位量を実験で与えている．載荷前後の膜面形状は，矩形膜真下に設置したレーザー変位計により計測した．このレーザー変位計は自動X-Yステージに固定されている．自動X-Yステージは $x-y$ 平面を $\pm 10\mu\text{m}$ の精度で移動できる．測点間隔は， x, y 方向ともに 2mm とした．したがって，膜面上の全計測点は 10201 （ 101×101 ）点である．自動X-Yステージの移動およびレーザー変位計による計測は，同期をとるためにコンピュータで制御した．

実験で用いた矩形膜の材料はPolyimide Film（Kapton H-type）である．TABはアクリル板である．本実験における矩形膜の設置等の詳細情報は参考文献³⁾に示している．なお，表1に実験で用いた膜の材料特性を，表2にTABの材料特性をそれぞれ示す．

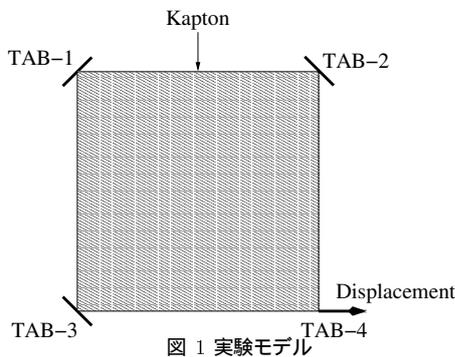


図1 実験モデル

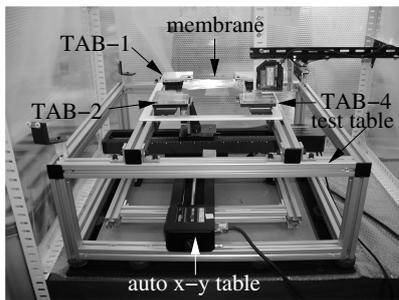


図2 実験装置

表1 膜の材料特性

パラメータ	諸量
ヤング率, E [MPa]	2959.6
ポアソン比, ν	0.34
密度, ρ [g/cm^3]	1.42
サイズ [mm^2]	200×200
膜厚, t [μm]	25

表2 TABの材料特性

パラメータ	諸量
ヤング率, E [MPa]	180
ポアソン比, ν	0.3
サイズ [mm^2]	10×10
板厚, t [mm]	8

3. 解析概要

解析モデルを図3に示す．解析で用いた膜の材料特性は表1と同じである．TABはアクリル板である．図3に示すモデルにおいて，矩形膜とTABは完全固定されているものと仮定し，その接着領域（解析モデルの4隅に位置する白い矩形領域）の材料特性はTABの材料特性を用いている．メッシュ分割は x, y 方向ともに100分割とし，解析モデルにおける節点の位置を実験における計測点の位置に一致させた．これにより，実験で計測した矩形膜の初期形状を解析モデルの初期形状に導入している．

重力は矩形膜の鉛直下向きに作用させた．1G場における実際の膜の挙動を数値解析で忠実にシミュレートするためには，最初に仮想的な膜の初期形状を仮定して重力のみを作用させ（自重解析），その結果を実験で計測した膜の初期形状に一致させる必要がある．そして，自重解析で得られた膜面形状に対し，1G場を保ったまま強制変位を導入するといった段階的な解析，すなわち1．膜の自重解析，2．強制変位による幾何学的非線形解析をしなければならぬ．ところが，膜の自重解析で用いる仮想的な初期形状を求めることは通常困難である．著者は，この自重解析を幾度も試みたが結局のところ自重解析の結果を実験で計測した初期形状に一致させる仮想的な自重解析用の初期形状を求めることができなかった．そこで，実際の矩形膜における初期状態として，膜の「初期応力」と「初期形状」の2つを考え，それぞれが強制変位導入後の膜面形状に与える影響について検討した．その結果，膜の自重によって生じる膜面の初期応力が強制変位導入後の膜面形状に与える影響は非常に小さいが，初期形状が強制変位導入後の膜面形状に与える影響は大きいことがわかった⁴⁾．そこで，本解析では実際の矩形膜の初期状態として重力によって生じている膜面の初期応力は無視し，初期形状のみを完全に一致させたものを用いた．

重力と強制変位量の載荷は，これらの載荷順序がリンクリング解析に与える影響を検討するため，3通りの載荷順序を用いた．ケース1は，矩形膜の1隅（TAB-4）に導入する強制変位量と同時に重力を載荷する場合である．初期形状は実験で計測した膜面形状と一致している．ケース2は重力を最初に載荷し1G場を保った状態で矩形膜の1隅（TAB-4）に強制変位量を導入する場合である．本ケースは，実験で計測した膜面形状に重力を載荷するため，強制変位導入時の膜面形状は実験における初期形状に一致していない．ケース3は矩形膜の1隅（TAB-4）に強制変位量を導入した後に重力を導入する場合である．強制変位量導入時の初期形状は実験で計

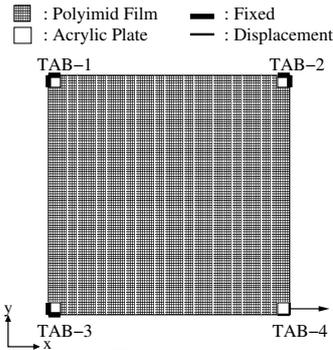


図3 解析モデル

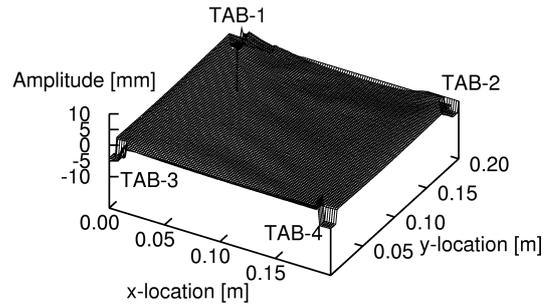


図4 初期形状

測した初期形状に一致している．表3に解析ケースを示す．

本研究で用いた解析方法は，MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components) シェル要素による幾何学的非線形有限要素法である．解析プログラムはFEAPpv⁵⁾ (Finite Element Analysis Program; personal version) である．本研究で用いた解析方法の詳細に関しては参考文献^{6,7)}に示す．

表3 解析ケース

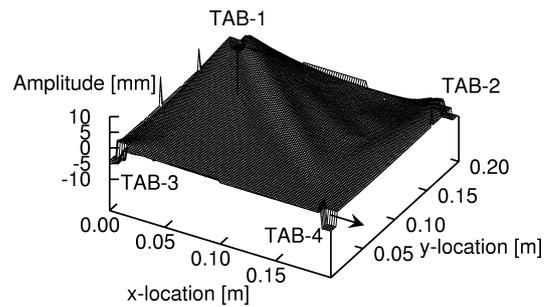
ケース	载荷順序
ケース1	同時载荷 (重力, 強制変位)
ケース2	段階载荷 (1. 重力, 2. 強制変位)
ケース3	段階载荷 (1. 強制変位, 2. 重力)

4. 実験結果および解析結果

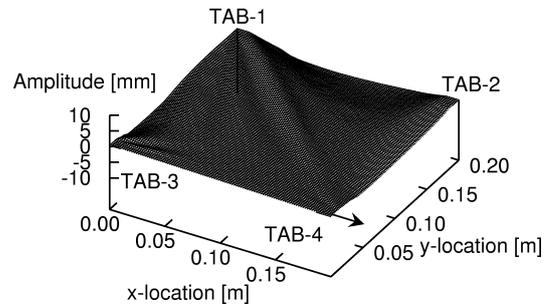
4.1 膜面形状の比較検討

図4に実験で計測した膜の初期形状を示す．図より，矩形膜辺上の計測点において不連続となる値が観測されているが，これらの値はいずれもレーザー変位計の焦点が膜面から外れたために生じたものである．なお，解析モデルに導入する際は，これらの計測エラーを修正している．図5に载荷後の膜面形状の比較を示す．図に示す結果は，ケース1 (同時载荷) に対応した結果である．図より，実験結果および解析結果ともに矩形膜の対角線上にリンクルが発生し，その両サイドにスラックが発生しているのが判断できる．これより，本解析結果は実験結果を定性的に再現していることが判断できる．しかし，局所的に比較してみると，解析では実験において観測されなかったリンクリング現象が境界付近 (TAB-3) に発生しているのが判断できる．これは，実験と解析における境界条件の違いによる影響と推測される．実験ではTABと膜とを両面テープを用いて固定した．そのため，载荷と同時に両面テープが変形し，境界周辺における膜面の応力が解放され，実験では解析で発生したリンクリング現象が発生しなかったものと考えられる．

図6は载荷前後における矩形膜の断面形状の比較を示す．図より，载荷点 ($y = 0.00m$) から離れるに従い，実験結果と解析結果の違いが大きくなっているのが判断できる．特に，図6 (c)に示すように，実験結果と解析結果の違いはリンクル領域 ($x = 0.0m \sim 0.07m$) においてリンクル発生本数およ



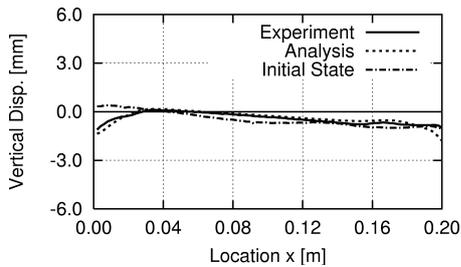
(a) 実験結果



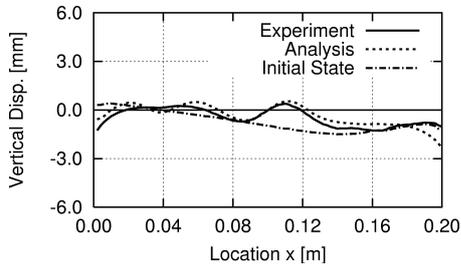
(b) 解析結果

図5 载荷後の膜面形状の比較

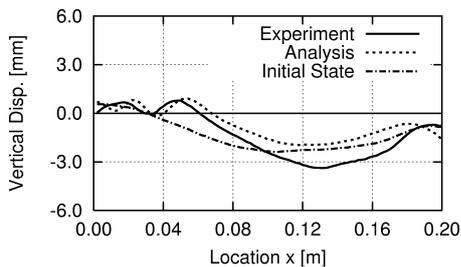
び位相に現れ，スラック領域 ($x = 0.07m \sim 0.20m$) においてたわみ量に大きく現れている．リンクル領域は，一軸引張応力状態となるため境界周辺では境界の拘束条件に影響されやすいと推測される．そのため，図に示すリンクル形状に関する違いは上述した境界拘束条件の違いによる影響と推測される．また，スラック領域はほぼ無応力状態にあるため，その挙動は剛体運動をするものと予測される．したがって，スラック領域はスラック周辺の膜の挙動ならびに重力のような微小な外力の影響を受けやすく，図に示すスラック領域の違いはこれらの影響によるものと推測される．図に示すケースは重力と強制変位量とを同時に载荷したケースであり，载荷増分法による幾何学的非線形解析を行っているため，载荷初期の段階において鉛直下向きに作用する重力の効果が非常に小さくなる．そのため，本来作用するはずの重力が载荷初期の段階では小さく，解析ではスラック領域が上方へ移動し，



(a) $y = 0.04m$



(b) $y = 0.10m$



(c) $y = 0.16m$

図6 載荷後の断面形状の比較

図に示す違いが生じたものと推測した．そこで、これらの推測の妥当性について検討するため、境界の拘束条件ならび重力の載荷方法がリンクルおよびスラックを有する膜面形状に与える影響について検討した．

4.2 境界の拘束条件の影響

4.1では、実験と解析における境界の拘束条件の違いが境界周辺の膜面形状に大きく影響を与え、特にその影響は一軸引張応力状態にあるリンクル領域に現れるものと推測した．そこで、この境界の拘束条件の違いが境界周辺の膜面形状或いはリンクル形状にどの程度影響を与えているのか検討するために、境界の拘束条件を簡易的に修正して数値解析を行い、得られた結果を実験結果と比較した．

実験では、膜とTABとを両面テープを用いて固定しており、この両面テープが強制変位の載荷と同時に微小変形した結果、境界周辺の応力が解放され解析結果と実験結果に違いが生じたものと推測した．そこで、解析においてこの両面テープの微小な変形による応力の解放を簡易的に再現するため、TABの材料定数のみを修正し解析を行った．修正後のTABの材料特性を表4に示す．この修正は、あくまで実験における境界拘束の不完全性（両面テープの微小変形）を再現するために行ったものであり、修正後のTABの材料定数に物理的な意味はな

表4 修正後のTABの材料特性

パラメータ	諸量
ヤング率, E [MPa]	1000
ポアソン比, ν	0.34
サイズ [mm^2]	10×10
板厚, t [μm]	25

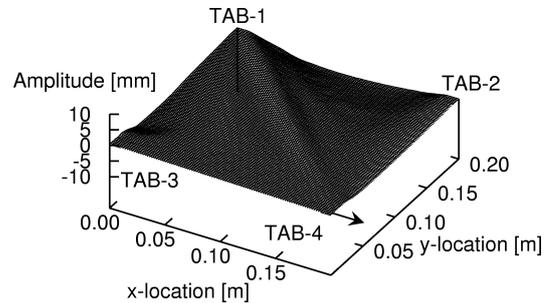
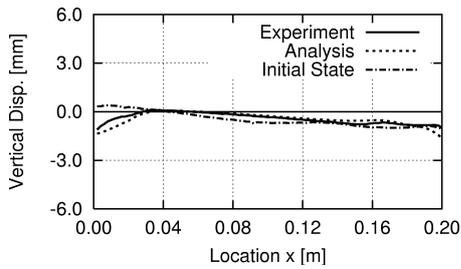


図7 境界拘束条件修正後の膜面形状

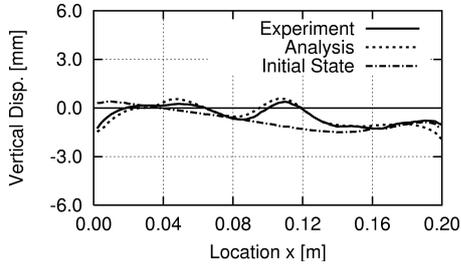
い．しかし、この修正によって境界条件の不完全性による応力の解放が境界周辺の膜面形状あるいはリンクル形状に与える影響を簡易的に検討することができる．また、このような簡易的な境界条件の修正による数値解析によって、実際の現象をどの程度再現できることが可能か検討することができる．

図7に境界拘束条件修正後の解析結果を示す．図より、修正前の解析結果（図5）に見られた境界付近のリンクル現象は消え、実際の現象に近い結果となっているのが判断できる．図8に断面図の比較を示すが、図6と比較してリンクル形状は解析結果および実験結果ともによく一致しているのが判断できる．これらの図は、今回の矩形膜モデルにおいてリンクル形状が境界の拘束条件に大きく依存していることを示している．図9は、図8と同じ断面における最大主応力分布の比較を示す．図に示すように、境界の拘束条件を修正することによってリンクル領域における最大主応力が解放されているのが判断できる．これらの応力の解放がTABと膜との接着領域の変形量ならびに膜面全体のひずみエネルギー量に与える影響を表5に示す．同表は、接着領域の変形量としてTABの一隅の変形量を参照し、その参照測点は図10に示すNODE-511である．表5より、境界拘束条件の不完全性により、接着領域の一隅は境界を完全拘束した場合と比較して x 方向に約 $190\mu m$ 、 y 方向に約 $-40\mu m$ 程度変形しているのが判断できる．図8に示すように、今回の境界拘束条件の修正によって本解析結果と実験結果はリンクル形状に関してよく一致しているため、実験でも図9に示す程度の応力の解放が生じたものと推測され、その原因となった両面テープの微小な変形量は表5に示す程度の変形であったと推測される．そして、実験ではこの両面テープの微小な変形により膜面のひずみエネルギーが境界条件を完全に拘束したモデルと比較して約 $2.00e^{-9} MNm$ 程度解放されたものと推測される．

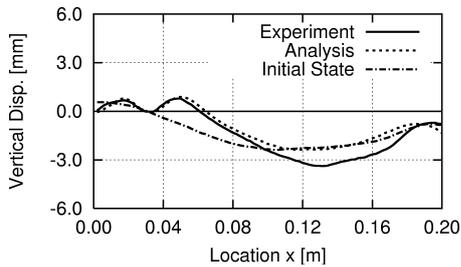
一方、図8に示すようにスラック領域に関しては境界条件の修正による影響が顕著に見られない．したがって、境界の



(a) $y = 0.04m$

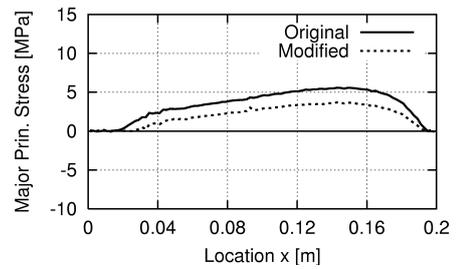


(b) $y = 0.10m$

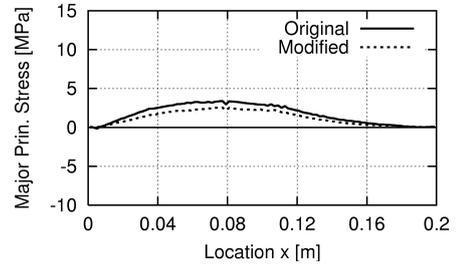


(c) $y = 0.16m$

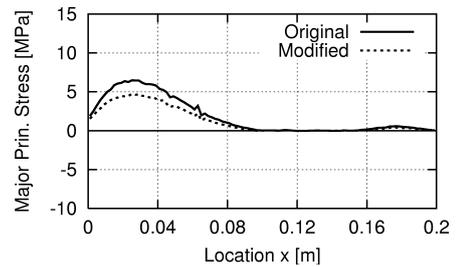
図 8 載荷後の断面形状の比較



(a) $y = 0.04m$



(b) $y = 0.10m$



(c) $y = 0.16m$

図 9 載荷後の主応力断面の比較

表 5 境界条件の修正による効果 (変位測点: NODE-511)

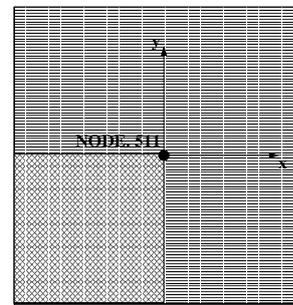
	変位 x	変位 y	ひずみエネルギー
修正前	10.4 [μm]	-6.1 [μm]	3.84e-09 [MNm]
修正後	199.3 [μm]	-45.8 [μm]	1.88e-09 [MNm]

拘束条件の違いによる影響は境界周辺の膜面形状あるいはリンクル形状に大きく現れ、スラック形状には顕著に現れないことが判断できる。

4.3 重力の載荷順序の影響

4.2では、境界の拘束条件の違いが載荷後の膜面形状に与える影響について検討した。そして、境界の拘束条件は境界周辺の膜面形状あるいはリンクル形状に大きく影響を与えることが判明し、スラック形状にはあまり大きな影響を及ぼさないことが判った。4.1で推測したように、スラック領域はほぼ無応力状態であるため、その挙動は重力のような微小な外力によっても影響を受けるものと推測される。特に、4.1、4.2で行った解析は重力と強制変位量とを同時に載荷するケースである。そのため、載荷初期の段階では本来作用するはずの重力が解析において十分に作用しておらず、その影響がスラック領域に顕著に現れたものと推測した。そこで、重力の載荷順序が載荷後の膜面形状にどの程度影響を与えているかを検討するため、3通りの載荷順序を用いて解析を行った。検討した載荷順序は表3に示す通りである。

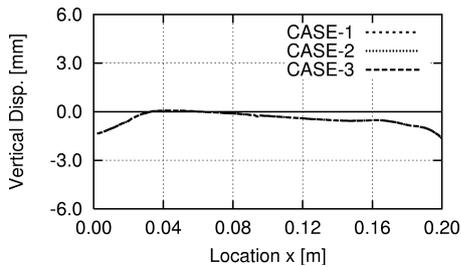
解析結果を図11に示す。図に示す結果はいずれも境界の拘束条件を簡易的に修正した解析によって得られた結果を示している。図より、重力の載荷順序は載荷後の膜面形状にほと



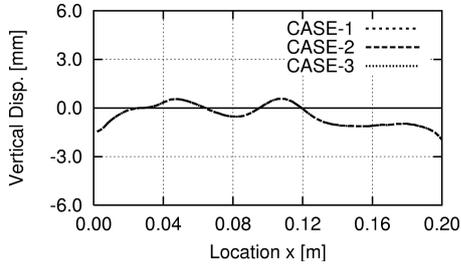
TAB-3

図 10 NODE-511周辺図

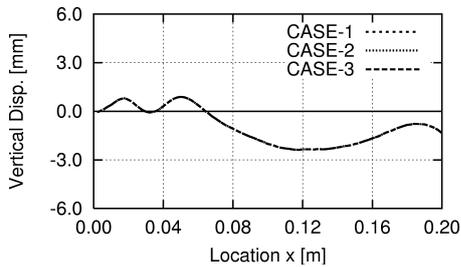
んど影響を与えていないことが判断できる。そのため、実験結果と解析結果におけるスラック領域の違いは、重力の載荷順序による影響ではないことが判断できる。スラック領域における違いは、実験で導入した強制変位量の載荷方向が実験では解析のように正確に x 軸に沿っていなかったことによる



(a) $y = 0.04m$

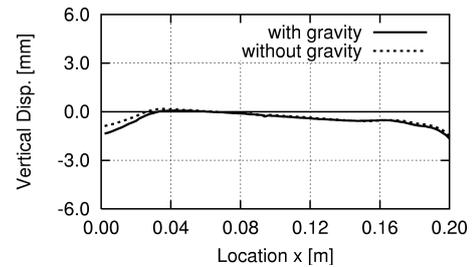


(b) $y = 0.10m$

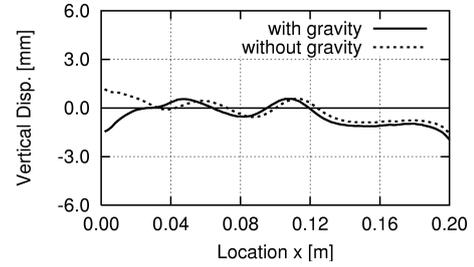


(b) $y = 0.16m$

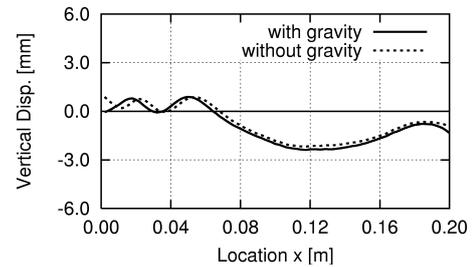
図 11 載荷順序の違いによる影響



(a) $y = 0.04m$



(b) $y = 0.10m$



(b) $y = 0.16m$

図 12 重力の有無による影響

影響が、或いは今回の実験では膜面形状の計測に約6時間程度の長時間を要したため載荷後に生じた膜面のクリープ変形による影響ではないかと考えている。

図12に重力の有無が載荷後の膜面形状に与える影響を示す。図より、重力の有無が載荷後の膜面形状に与える影響は大きく、1G場における膜面のリンクリング現象を数値解析で正確に予測する際は重力の効果を必ず考慮する必要があることが判断できる。しかしながら、解析において重力の載荷順序が載荷後の膜面形状に与える影響は非常に小さいため(図11)、今回のように同時載荷でも段階載荷でも重力を考慮しさえすれば、その結果は重力の載荷順序に依存しない。

まとめ

矩形膜に発生するリンクリング現象を対象に模型実験と数値解析を行った。そして、MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components) シェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法によるリンクリング解析の有効性について検討するとともに、境界の拘束条件および重力の載荷順序が載荷後の膜面形状に与える影響について検討した。本研究により得られた結果を以下にまとめる。

- MITCシェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法により、矩形膜に発生するリンクリング現象の数値シミュレーションを行った。その結果、解析結果は実験結果を概ね再現し本解析手法のリンクリング解析としての有効性を確認した。
- 境界の拘束条件の不完全性が載荷後の膜面形状に与える影響を実験結果と解析結果の比較により定量的に明らかにした。その結果、境界の拘束条件の違いは、境界周辺の膜面形状およびリンクル形状に大きな影響を与え、スラック形状には大きな影響を与えないことが判った。
- 実験における境界の拘束条件の不完全性を再現するために、簡易的な境界条件の修正による数値解析を行った。その結果、境界周辺の膜面形状およびリンクル形状は実験結果とよく一致した。したがって、境界の拘束条件の不完全性をある程度正確に予測でき、その効果を今回の解析のように簡易的に境界条件の修正として考慮すれば本解析方法によりリンクル形状は比較的良好な精度で予測が可能であることが判った。
- スラック領域に関しては、境界の拘束条件による簡易的な修正のみではその形状を再現することができな

かった。また、重力の載荷順序がスラック領域に与える影響もほとんどないことが判った。したがって、今回の解析ではリンクル現象は比較的よい精度で再現することができたが、スラック現象は再現することができない結果となった。これらの結果より、リンクル現象よりもスラック現象の方が数値解析による予測が困難な現象ではないかと考えられる。

- 1G場におけるリンクリング現象を数値解析により正確に予測するためには重力の効果を必ず考慮する必要がある。しかし、今回の解析ケースでは重力の載荷順序が解析結果に与える影響はほとんどないことが判った。

参考文献

- 1) Wong, Y. W., Pellegrino, S., "Computation of Wrinkle Amplitudes in Thin Membranes, AIAA 2002-1369, 43th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, April, 2002.
- 2) Xiaofeng, S., Frank, A., Barmac, T., and Joseph R. B., : Wrinkling Analysis of a Kapton Square Membrane under Tensile Loading, AIAA 2003-1985, 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, April, 2003.
- 3) 岩佐貴史, 名取通弘, 樋口健, "リンクルに関する実験とそのスペクトル評価", 構造工学論文集, Vol. 50B, P235-P242, 2004.3.
- 4) Iwasa, T., Jacobson, M. B. and Natori, M. C., 2005, "Spectrum Evaluation Method for Wrinkled Membranes," AIAA Journal, Vol. 43, No. 1, pp. 194-205.
- 5) Taylor, R. L.: FEAP-A Finite Element Analysis Program Version 7.3 User Manual
- 6) Iwasa, T., Natori, M. C., and Higuchi, K., "Evaluation of Tension Field Theory for Wrinkling Analysis With Respect to the Post-Buckling Study," Journal of Applied Mechanics, Vol. 71, Transaction of American Society of Mechanical Engineers, 2004.
- 7) Noguchi, H., and Hisada, T., "An Efficient Formulation for a Shell Element Considering Finite Rotation Increments and Its Assessment," Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineering, No. 91-1589, Vol. 58, No. 550, pp. 943-950., 1992.

EXPERIMENTAL STUDIES ON WRINKLING PHENOMENA AND ITS NUMERICAL SIMULATIONS

Takashi Iwasa*)
M. C. Natori**)
Ken Higuchi***)
Hiroshi Furuya****)

SYNOPSIS

An experimental and numerical study were carried out for investigating validity of a wrinkling analysis with MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components) shell elements. Wrinkling phenomena of the square membrane, held fixed at three corners and subjected to in-plane shear force at the remaining corner, were investigated. Comparing the simulation results to experimental ones, effectivity of the wrinkling analysis conducted was shown, and it was quantitatively clarified that imperfection of the fixed boundary condition in the experiment affects the surface configurations of the wrinkled membranes. In addition, effects of the loading sequence of gravity on the wrinkling analysis were also presented.

*)Dr.-Eng. Invited Scientist, Japan Aerospace Exploration Agency
**)Dr.-Eng. Prof. Japan Aerospace Exploration Agency
***)Dr.-Eng. Assoc. Prof. Japan Aerospace Exploration Agency
****)Dr.-Eng. Assoc. Prof. Tokyo Institute of Technology